

**REFLEXÕES SOBRE AS ATITUDES EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA E O
DESEMPENHO MATEMÁTICO E ALGÉBRICO EM PROBLEMAS
EXPLORATÓRIOS**

Maria Gisabelle Bezerra dos Santos

Universidade Federal de Pernambuco – CAA

gisabellesantos@gmail.com

Daiane da Silva

Universidade Federal de Pernambuco – CAA

daianeams@hotmail.com

Jéssika Moraes da Silva

Universidade Federal de Pernambuco – CAA

jessikamoraes@gmail.com

Luciano Arruda de Souza

Universidade Federal de Pernambuco – CAA

luciano-2010@bol.com.br

Maria Lucivânia Souza dos Santos

Universidade Federal de Pernambuco – CAA

lucivaniasousa1@gmail.com

Resumo: O presente texto relata uma intervenção realizada no decorrer da disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática II, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco (CAA), que teve como objetivo levantar e analisar as estratégias utilizadas por 62 alunos do 8º e 9º anos do ensino fundamental na resolução de problemas algébricos. Para isso foi aplicada uma sequência didática com quatro problemas algébricos envolvendo conceitos matemáticos básicos como perímetro, proporcionalidade, dobro e triplo. Analisando as respostas dos problemas observou-se, de maneira geral, um baixo desempenho dos estudantes de ambos os anos de ensino, embora os estudantes do 8º ano tenham apresentado diferenças significativas de desempenho, em detrimento dos estudantes do 9º ano, nos problemas que requeriam a busca de regularidades e proporcionalidade. Acreditamos assim, que a análise realizada evidencia que estes estudantes ainda não compreendem determinados conceitos matemáticos, o que pode influenciar para a recorrência de dificuldades no ensino e aprendizagem dos conceitos algébricos o que pode indicar ser necessário um maior foco no ensino com vistas a um desenvolvimento mais amplo destes conceitos.

Palavras-chave: Problemas Algébricos; Representação Simbólica; Ensino Fundamental.

1. Introdução

De maneira geral, a Matemática é vista como a disciplina mais complexa e difícil de toda a educação básica, para estudantes e professores. Assim, não é raro encontrarmos pesquisas que relatam dificuldades que os estudantes encontram em diversos conteúdos desta disciplina. Neste trabalho, abordaremos um deles em especial, a álgebra, que tem suas dificuldades apontadas, entre outros, por Booth (1994) e Kieran (1981).

O ensino da álgebra é indispensável, pois servirá como base para outros conteúdos, como equações e funções. Assim, existe um grande incentivo ao seu ensino nas orientações curriculares, os *Parâmetros Curriculares Nacionais*, por exemplo, indicam que é no ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados e trabalhados com situações-problema onde o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra representando problemas por meio de equações(BRASIL, 1998). Corroborando com os PCN, a *Base Curricular Comum para as redes públicas de Ensino de Pernambuco (BCC)*destaca que a álgebra tem que ser iniciada o seu desenvolvimento na primeira fase do ensino fundamental, pois a Matemática precisa ser desenvolvida ao longo do ensino do aluno, e nunca como bloco de estudos onde o aluno tem que aprender apenas naquele momento. (PERNAMBUCO, 2008).

Dessa forma, entendemos que a álgebra deve ser aprimorada a cada aula, de uma forma clara e que possibilite ao aluno conhecer o seu significado, sabendo que é uma ferramenta para desenvolvimento em outros conteúdos matemáticos.

Pensamos ainda, que ao invés de iniciar o contato do estudante com a álgebra com as “temidas” letras (x e y), o professor poderia propor um aprofundamento de sequências para que o aluno possa construir o seu conhecimento em álgebra através da busca de regularidades e generalizações. Numa segunda etapa o professor poderia aprimorar o entendimento do que foi visto anteriormente e a partir daí ampliar o conceito de álgebra para que o estudante comece a desenvolver uma expressão algébrica mais formalmente como, por exemplo, a equação do primeiro grau. Essa forma, mais branda, de iniciar o ensino da álgebra poderia propiciar uma aprendizagem com mais significado partindo da aritmética, considerando que “a álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade”.(LINS; GIMENEZ, 1997, p. 137).

Na análise aqui apresentada investigamos as estratégias utilizadas por estudantes do 8º e 9º anos do ensino fundamental na resolução de problemas algébricos, por meio de uma sequencia didática elaborada no decorrer da disciplina Metodologia do Ensino da Matemática II, no curso de Licenciatura em Matemática da UFPE (CAA). O objetivo principal deste estudo foi observar o desempenho dos estudantes, os tipos de respostas e as representações simbólicas mais utilizadas na resolução dos problemas propostos.

Pudemos perceber através da análise realizada que os estudantes apresentam dificuldades em resolver problemas algébricos, mas que grande parte das dificuldades advém da incompREENSÃO de conceitos matemáticos básicos que supostamente deveriam ser aprendidos em anos anteriores.

2. Dificuldades no Ensino e Aprendizagem da Álgebra

Diversas pesquisas como as de Booth (1994) e Kieran (1981) relatam as possíveis dificuldades encontradas pelos estudantes no aprendizado da álgebra. Esses autores destacam que o inicio das dificuldades, em álgebra, fixam-se na incompRENSÃO dos conceitos, princípios e convenções da aritmética ou em concepções divergentes decorrentes de uma falsa generalização dos procedimentos aritméticos, na incompRENSÃO das relações entre as operações e das propriedades operatórias dos números além das diferentes interpretações do sinal de igualdade e soma.

Embora não sejam poucas as dificuldades no ensino e aprendizagem da álgebra, a sua importância é inquestionável, uma vez que serve de base para muitos conteúdos que serão trabalhados no decorrer de toda a escolarização, do ensino fundamental ao superior, especialmente em cursos na área das ciências exatas. Essa importância é afirmada no ensino de equações, por exemplo, como defende Da Rocha Falcão (1993) ao destacar em seu estudo que o pensamento algébrico envolve, além de outros aspectos, o conjunto de procedimentos necessários à resolução de uma equação, tais como: captura e descrição dos dados de um problema; uso de símbolos para representar os valores desconhecidos; montagem da equação; resolução da equação; conferir os resultados e dar solução ao problema. Estas relações servem de suporte representacional na resolução de problemas algébricos.

Geralmente, a “passagem” da aritmética para a álgebra e sua formalização dá-se do 6º para o 7º ano do ensino fundamental, onde os conceitos algébricos são inseridos. Nesta fase, de acordo com estudos feitos por Loos(2001), as atitudes de muitos alunos em relação à Matemática tornam-se mais negativas.

Essa aversão que ainda é bastante presente nas aulas de Matemática nos leva a necessidade de refletir sobre a prática do professor. Sabemos que essa antipatia intensifica-se na fase de aprendizagem da álgebra e sabemos que esta fase é permeada de diversas dificuldades, assim, parece ser preciso buscar maneiras de aprofundar estes conceitos de forma que essas dificuldades sejam minimizadas. Surgem assim questionamentos, como o que o professor deve priorizar no ensino dos conceitos algébricos. Talvez um ensino que não priorize apenas a resolução de contas pudesse contribuir neste sentido.

se na escola nós assumirmos, tanto ao ensinar como ao avaliar, que fazer matemática é muito mais do que fazer contas, não só poderíamos conseguir que as crianças adquirissem conhecimentos mais sólidos como também ofereceríamos a oportunidade de que elas se apaixonassem por essa invenção humana que é a matemática (ZUNINO, 1995, p. 27).

Um norteamento é trazido por Booth (1994) que destaca alguns aspectos importantes que devem ser considerados no ensino da álgebra, por serem o foco das dificuldades apresentadas pelos estudantes nesta fase:

- O foco da atividade algébrica e a indução natural das respostas;
- O uso da notação e da convenção em álgebra;
- O significado das letras e das variáveis;
- A estreita relação com o método utilizado na aritmética.

Este mesmo autor aborda que uma das razões para os alunos cometerem erros algébricos é a falta de precisão nas notações aprendidas em aritmética nas séries iniciais, o que acaba se estendendo para a álgebra. Utilizamos este autor como abordagem teórico-metodológica por acreditarmos que esses aspectos são os principais causadores de obstáculos na aprendizagem da álgebra.

3. Metodologia

A abordagem adotada no estudo aqui apresentado tem caráter qualitativo e quantitativo e envolve uma sequência de problemas algébricos aplicadas com 67 alunos do ensino fundamental da rede pública de ensino das cidades de Camocim de São Félix, Quipapá, Lajedo e Jupi, situadas no Agreste Pernambucano. A escolha pelos 8º e 9º anos deu-se em função deles supostamente já possuírem algum conhecimento algébrico, considerando que a introdução de conceitos algébricos no ensino dá-se, geralmente no 7º ano. O instrumento utilizado neste estudo (em anexo) é composto por quatro

problemas algébricos que envolvem também conceitos matemáticos básicos, para os anos indicados, como proporcionalidade, perímetro, dobro e triplo.

Tomamos como referencial teórico-metodológico os aspectos propostos por Booth (1994) em seus estudos sobre as dificuldades de estudantes que iniciam a aprendizagem em álgebra. Listamos abaixo estes aspectos.

- O foco da atividade algébrica e a indução natural das respostas;
- O uso da notação e da convenção em álgebra;
- O significado das letras e das variáveis;
- A estreita relação com o método utilizado na aritmética.

Para operacionalizar a apresentação da análise, orientados pelos aspectos expostos por Booth (1994), dividimos em três categorias, a primeira se refere ao desempenho dos estudantes analisados em função do tipo de teste e do ano de ensino. Assim, nesta primeira categoria, foi analisada a quantidade de acertos e erros para cada tipo de problema e o acerto total no teste. A segunda categoria se refere a análise do *tipo de resposta mais utilizado para cada tipo de problema*. Quanto à terceira categoria, analisamos o *tipo de representação simbólica* mais utilizada para cada tipo de problema.

O passo inicial do estudo foi escolher dos problemas que comporiam a sequência, tivemos a preocupação de apresentar questões contextualizadas, de caráter investigativo e exploratório, por entendermos que estes tipos de problemas podem contribuir para uma construção mais significativa dos conceitos. Em seguida, fizemos a análise *a priori* de cada problema, como forma de antecipar alguns tipos de erro que poderiam ocorrer. O próximo passo foi aplicar os problemas em sala de aula com o público já citado. Após a aplicação, fizemos a análise de todas as respostas e categorizamos conforme a análise apresentada no tópico seguinte.

4. Análise e Discussão dos Resultados

4.1. Desempenho em função do tipo de teste por tipo de problema

A tabela 1 apresenta a média de desempenho dos alunos do 8º e 9º anos por tipo de problema em função do tipo de teste. Os resultados trazem o valor médio do desempenho das turmas, uma vez que o número de alunos era diferenciado e por uso de média foi possível fazer uma comparação entre as turmas analisadas.

Tabela 1. Média de desempenho.

Questões	8º Ano		9º Ano		Média			
					8º Ano		9º Ano	
	Erros	Acertos	Erros	Acertos	Erros	Acertos	Erros	Acertos
2 ^a	8	7	17	20	53,3%	46,7%	46%	54%
3 ^a	13	2	37	0	86,7%	13,3%	100%	0%

Observando a tabela acima, percebe-se que, em geral, os alunos de ambas as turmas tiveram um alto percentual de erros nos dois tipos de questões, principalmente no problema 3, onde foram obtidos 100 % de erro entre os alunos de 9º ano. Esse resultado indica a grande dificuldade em lidar com a álgebra mesmo estando na série final do ensino fundamental. Verifica-se ainda que, no total das médias nos dois tipos de problemas analisados, o problema 2 teve média maior de acertos. Apesar do aparente melhor resultado na questão 2 não foram observadas diferenças significativas entre os desempenhos nos dois anos de ensino.

4.2. Desempenho em função do ano de ensino por tipo de problema e por numero total de possibilidades

Analizando a média de desempenho em função do ano de ensino por tipo de problema, percebe-se, ao observar a Tabela 1, que o tipo de problema dois, representara a maior média de acerto em relação ao problema três. Ainda observando a Tabela 1, percebe-se que houve um alto índice de alunos que não conseguiram resolver corretamente o problema três, principalmente os alunos de 9º ano, onde tivemos 100 % de erro.

4.3. Tipo de resposta por tipo de problema

Nesta categoria de análise temos o tipo de resposta que os estudantes apresentaram para as soluções dos dois problemas propostos. Nesta categoria foram analisados os aspectos de estudo propostos por Booth (1994): o foco da atividade algébrica e a indução natural das respostas; o uso da notação e da convenção em álgebra; o significado das letras e das variáveis e a estreita relação com o método

utilizado na aritmética. O resultado foi a seguinte classificação I: em branco; II: respostas incorretas ou incompletas e III: respostas corretas.

Na tabela 2, problema dois, referente aos tipos de respostas por ano de escolarização observa-se que no 8º ano do ensino fundamental o tipo de resposta mais utilizado foi o tipo II, Já no 9º ano do ensino fundamental o tipo de resposta mais utilizada foi o tipo III. Entende-se assim que o melhor desempenho dos alunos foi neste problema, pois apresentaram mais respostas corretas. Já o problema três, ambas as turmas utilizaram o tipo II, percebe-se assim a incompREENSÃO dos alunos nos anos finais do ensino fundamental em relação à proporcionalidade aplicada na álgebra.

Tabela 2.Tipos de resposta.

Questões	Média					
	8º Ano			9º Ano		
	I: em branco	II: respostas incorretas	III: respostas correta	I: em branco	II: respostas incorretas	III: respostas correta
2 ^a	13%	53,3%	46,7%	0%	46%	54%
3 ^a	7%	86,7%	13,3%	0%	100%	0%

4.4.Tipo de representação simbólica utilizada por tipo de problema

Nesta categoria de analise apresentamos o tipo de representação simbólica que os alunos usaram para a resolução dos dois problemas, ou seja, foram analisadas as simbologias para a tentativa da resolução das questões. Nos problemas propostos no 8º ano, 87% para a segunda questão e 93 % para a terceira questão não apresentaram representação simbólica, na resolução das questões, já no 9º ano foram 91,5% para a segunda questão e 70,2% para a terceira questão não apresentaram representação simbólica na resolução das questões, conforme pode ser observado na tabela 3.

Tabela 3. Percentual de representações simbólicas.

Questões	Média				
	8º Ano		9º Ano		
	Usaram	Não usaram	Usaram	Não usaram	

	representação simbólica	representação simbólica	representação simbólica	representação simbólica
2 ^a	13%	87%	8,5%	91,5%
3 ^a	7%	93%	29,8%	70,2%

Abaixo trouxemos alguns recortes das respostas dos alunos dos problemas que eles mais erraram.

Figura 1. Resolução simbólica para o tipo de resposta (9º ano).

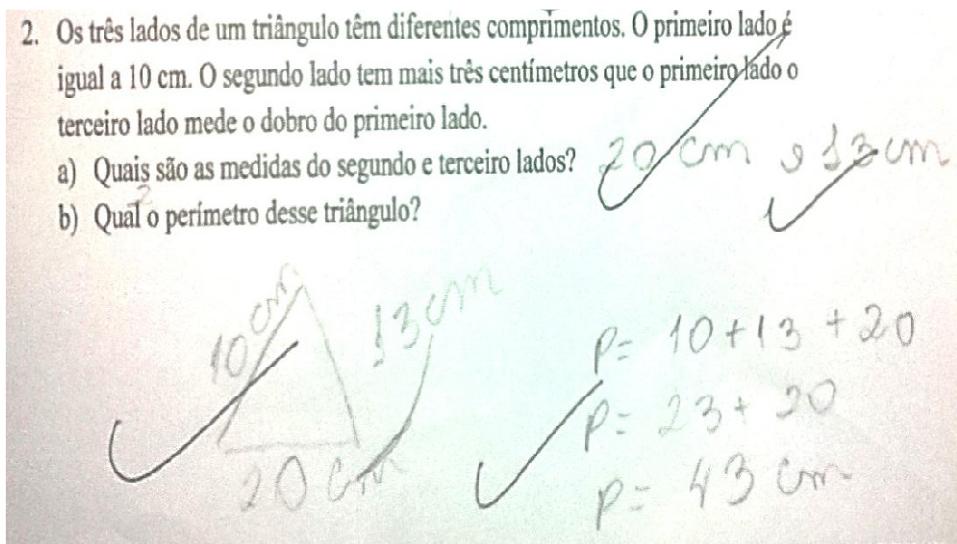


Figura 2. Resolução do aluno A (8º ano).

3. Luciano ganhou R\$ 14,00 no seu primeiro dia de trabalho e nos três dias seguintes recebeu sempre o dobro do dia anterior. Marta ganhou R\$ 5,00 no primeiro dia e nos três dias seguintes recebeu sempre o triplo do dia anterior. Complete a tabela abaixo. Em seguida, responda às questões propostas.

	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia
Luciano	R\$ 14,00	R\$ 28,00	R\$ 56,00	R\$ 112,00
Marta	R\$ 5,00	R\$ 15,00	R\$ 45,00	R\$ 135,00

Quem recebeu mais no:

a) terceiro dia? Quanto a mais?
Luciano R\$ 11,00 a mais.

b) total dos quatro dias? Quanto a mais?
Luciano ganhou R\$ 210,00 e Marta R\$ 196,00

Figura 3. Resolução do aluno B (9º ano).

3. Luciano ganhou R\$ 14,00 no seu primeiro dia de trabalho e nos três dias seguintes recebeu sempre o dobro do dia anterior. Marta ganhou R\$ 5,00 no primeiro dia e nos três dias seguintes recebeu sempre o triplo do dia anterior. Complete a tabela abaixo. Em seguida, responda às questões propostas.

	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia
Luciano	R\$ 14,00	28	56	112
Marta	R\$ 5,00	15	45	135

Quem recebeu mais no:

a) terceiro dia? Quanto a mais?
Luciano 72

b) total dos quatro dias? Quanto a mais?
579 384

Observando as figuras 1 e 2 notamos a dificuldade do estudante em compreender a questão, e até mesmo de saber o que significa dobro e triplo, completando os espaços vazios com valores errados. Percebe-se que a dificuldade não é apenas essa, mas, o mais alarmante, são as dificuldades nas operações fundamentais, pode-se comprovar isto na segunda linha da tabela, onde o aluno consegue acertar, possivelmente porque são menores os números.

Figura 4. Resolução do aluno C (8º ano).

primeiro dia e nos três dias seguintes recebeu sempre o triplo do dia anterior.
Complete a tabela abaixo. Em seguida, responda às questões propostas.

	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia
Luciano	R\$ 14,00	R\$ 28,00	R\$ 28,00	R\$ 28,00
Marta	R\$ 5,00	R\$ 15,00	R\$ 15,00	R\$ 15,00

Quem recebeu mais no:

$$\begin{array}{r}
 14,00 \\
 28,00 \\
 28,00 \\
 28,00 \\
 \hline
 92,00
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 15,00 \\
 15,00 \\
 15,00 \\
 15,00 \\
 \hline
 60,00
 \end{array}$$

a) terceiro dia? Quanto a mais?

Luciano 28,00 mais

b) total dos quatro dias? Quanto a mais?

Luciano R\$ 92,00 e Marta R\$ 60,00, R\$ 28,00 mais a mais.

Na figura 4, podemos perceber que o problema é mais algébrico mesmo. O estudante consegue discernir o que é dobro e triplo, mas não consegue entender que é sempre o dobro do dia anterior para Luciano e o triplo para Marta, o estudante apresenta maior dificuldade em relação ao conceito de variável. Comprometendo assim o acerto da questão.

A análise efetuada neste estudo permitiu, inicialmente, evidenciar que não houve um desempenho significativo dos estudantes último ano do ensino fundamental. Nos problemas de proporcionalidade houve uma indicação de algum sucesso, mas em particular pelos alunos do 8º ano, no segundo problema. De maneira geral, houve uma diferença significativa de acertos entre os dois anos apenas do problema três, o qual os estudantes do 8º ano se sobressaíram. Apesar da álgebra já ter sido estudada pelos alunos em anos anteriores, nota-se que eles ainda têm muita dificuldade em representar os problemas algebricamente e optam por resolvê-los usando a aritmética ou até mesmo por “tentativa e erro” e ainda, ficou claro que eles não compreendem conceitos matemáticos básicos que são necessários à resolução dos problemas propostos.

5. Considerações Finais

Diante dos elementos apresentados e discutidos neste trabalho, e entendendo que o ensino da Matemática deve ser atrativo para o estudante, sugerimos aos professores e futuros professores que sejam inseridos em sua prática mais problemas algébricos, investigativos e exploratórios, que levem o aluno a construir os conceitos algébricos de forma mais significativa, possibilitando um desenvolvimento mais amplo do raciocínio

algébrico, que será tão utilizado em seu percurso escolar. Essa sugestão se configura como um grande desafio para o professor, uma vez que, acredita-se que o livro didático, recurso mais acessível ao professor, ainda não está preparado para esta metodológica e a formação de grande parte dos professores também não propicia um aprofundamento necessário em relação à álgebra, cabendo-se assim, ao professor inovar a cada aula, percebendo o que está, ou não, contribuindo para a aprendizagem do estudante, sempre fazendo uma leitura crítica da trajetória das aulas.

6. Referências

- BOOTH, Lesley R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. **As idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental**. Brasília: SEF/MEC, 1998.
- DA ROCHA FALCÃO, Jorge Tarcísio. A álgebra como ferramenta de representação e resolução de problemas. **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife: Ed. Universitária da UFPE, p. 85-107, 1993.
- KIERAN, Carolyn. Concepts associated with the equality symbol. **Educational studies in mathematics**, v. 12, n. 3, p. 317-326, 1981.
- LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Papirus Editora, 2005.
- LOOS, Helga et al. A ansiedade na aprendizagem da matemática e a passagem da aritmética para a álgebra. **Psicologia da Educação Teoria e Pesquisa**, p. 235-261, 2006.
- PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: matemática** / Secretaria de Educação. - Recife: SE. 2008. 134p.
- ZUNINO, Délia Lerner de. **A matemática na escola: aqui e agora**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

7. Apêndice

Sequência de Problemas

1. A balança abaixo está equilibrada



No prato esquerdo há um peso de 2 kg e duas melancias com pesos iguais. No prato direito há um peso de 14 kg. Responda: Quantos quilos pesam as duas melancias? E quanto pesa cada uma delas?

2. Os três lados de um triângulo têm diferentes comprimentos. O primeiro lado é igual a 10 cm. O segundo lado tem mais três centímetros que o primeiro lado o terceiro lado mede o dobro do primeiro lado.
- Quais são as medidas do segundo e terceiro lados?
 - Qual o perímetro desse triângulo?
3. Luciano ganhou R\$ 14,00 no seu primeiro dia de trabalho e nos três dias seguintes recebeu sempre o dobro do dia anterior. Marta ganhou R\$ 5,00 no primeiro dia e nos três dias seguintes recebeu sempre o triplo do dia anterior. Complete a tabela abaixo. Em seguida, responda às questões propostas.

	1º dia	2º dia	3º dia	4º dia
Luciano	R\$ 14,00			
Marta	R\$ 5,00			

Quem recebeu mais no:

- terceiro dia? Quanto a mais?
- total dos quatro dias? Quanto a mais?

4. A soma das idades de André e Carlos é 22 anos. Sabendo – se que André é 4 anos mais novo do que Carlos. Descubra as idades de cada um deles.